

МКРЗ "Диференціальні рівняння першого порядку"

Структура кожного варіанта контрольної роботи:

1. Диференціальне рівняння з відокремлювальними змінними – 2 бали.
2. Диференціальне рівняння однорідне відносно змінних - 3 бала.
3. Лінійне диференціальне рівняння 1-го порядку (задача Коші) або диференціальне рівняння Бернуллі(задача Коші) -5 балів.

Оцінка за контрольну роботу -10 балів.

Основні відомості:

1. Диференціальні рівняння з відокремлювальними змінними:

$$\boxed{y' = f(x)f(y)} \Rightarrow \frac{dy}{f(y)} = \frac{dx}{f(x)} \Rightarrow$$
$$\Rightarrow \int \frac{dy}{f(y)} = \int \frac{dx}{f(x)} + C - \text{загальний інтеграл ДР}$$

або

$$\boxed{M_1(x)M_2(y)dx + N_1(x)N_2(y)dy = 0} \Rightarrow \frac{M_1(x)}{N_1(x)} dx + \frac{N_2(y)}{M_2(y)} dy = 0$$
$$=$$
$$> \int \frac{M_1(x)}{N_1(x)} dx + \int \frac{N_2(y)}{M_2(y)} dy = C - \text{загальний інтеграл ДР}$$

2. Диференціальні рівняння однорідні відносно змінних:

$$\boxed{y' = f\left(\frac{y}{x}\right)} \Rightarrow \frac{y}{x} = u \Rightarrow y = ux \Rightarrow y' = u'x + u \Rightarrow u'x + u = f(u) \Rightarrow$$
$$\Rightarrow \frac{du}{dx} x = f(u) - u \Rightarrow \frac{du}{f(u) - u} = \frac{dx}{x} \Rightarrow \int \frac{du}{f(u) - u} = \int \frac{dx}{x} + \ln|C| \Rightarrow$$
$$\int \frac{du}{f(u) - u} = \ln|Cx| - \text{загальний інтеграл ДР}$$

3. Лінійні диференціальні рівняння 1-го порядку:

$$\boxed{y' + P(x)y = Q(x)}$$

Для знаходження загального розв'язку ЛНДР застосовуємо метод Лагранжа (метод варіації довільної сталої) або метод Бернуллі. Задача Коші: знайти частинний розв'язок, який задовольняє початковій умові $y(x_0) = y_0$.

4. Диференціальні рівняння Бернуллі:

$$\boxed{y' + P(x)y = Q(x)y^m} \quad m \neq 0, m \neq 1$$

Застосовуємо метод Бернуллі. Задача Коші.